Pour voir ce cours en vidéo, [c'est par ici](#).

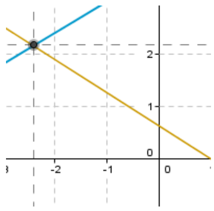
Systèmes de deux équations

Avec une équation, on peut trouver la valeur d'une inconnue. Pour trouver la valeur de deux inconnues, il faudra deux équations. Pour trois inconnues, trois équations. Quatre équations...

Un système d'équation est donc un ensemble d'équations qui ont des inconnues en commun. Graphiquement, les solutions d'un système d'équation sont les coordonnées de l'intersection entre deux droites représentant chacune une équation. Comment obtient-on ces équations de droite ? En résolvant chacune des équations pour une des deux inconnues. Par exemple :

$$5x + 3y = 9.3 \rightarrow y(x) = \frac{9.3}{3} - \frac{5}{3}x$$

$$2x + 6y = 9 \rightarrow y(x) = \frac{9}{6} - \frac{2}{6}x$$



Avec ces deux fonctions, on peut dessiner deux courbes et identifier les coordonnées de leur intersection. La coordonnée x du point correspond à la valeur de x dans les équations ; la coordonnée y correspond à la valeur de devinez quoi dans les équations.

Pour une démonstration, testez donc cette [appliquette Geogebra](#) ; elle ne nécessite aucun calcul, mais son utilité est en fait assez limitée.

Autant résoudre sur papier le système d'équation. A la fin, ce sera plus rapide et surtout plus précis.

La procédure de résolution est assez intuitive :

- Résoudre une des deux équations pour une des deux inconnues
- Mettre l'expression obtenue dans la deuxième équation
- Résoudre la deuxième équation pour la seconde inconnue
- Mettre le résultat dans la première, et résoudre pour la première inconnue

Ce sera peut-être plus clair avec un exemple idiot.

Pour un cours du samedi matin, j'ai acheté 5 pains au chocolat et 3 croissants, et j'ai payé 9,30€. Vous-même avez acheté 2 pains au chocolat et 6 croissants et avez payé 9€. Au moment de faire les comptes, nous nous rendons compte que nous avons oublié le prix des deux viennoiseries.

Qu'à cela ne tienne : traduisons la situation en phrases mathématiques, avec x pour le prix des pains au chocolat, et y pour celui des croissants :

$$5x + 3y = 9.3$$

$$2x + 6y = 9$$

On résout la première équation pour une des deux inconnues (enlever $3y$, diviser par 5) :

$$x = \frac{9.3 - 3y}{5}$$

On met l'expression dans la deuxième équation :

$$2\left(\frac{9.3 - 3y}{5}\right) + 6y = 9$$

On développe et réuni les termes avec y :

$$\frac{18.6}{5} - \frac{6}{5}y + \frac{30}{5}y = 9$$

$$\frac{30}{5}y - \frac{6}{5}y = \frac{45}{5} - \frac{18.6}{5}$$

$$\frac{24}{5}y = \frac{26.4}{5}$$

On résout pour y :

$$y = \frac{26.4}{24} = 1.1$$

On met le résultat dans la première équation :

$$5x + 3(1.1) = 9.3$$

Et on résout pour x :

$$x = \frac{9.3 - 3.3}{5}$$

$$x = \frac{6}{5} = 1.2$$

Le prix des croissants est donc de 1.1€, et celui des pains au chocolat de 1.2€.

Une autre manière de résoudre un système d'équations est de modifier une des équations et de l'ajouter à une autre en sorte qu'une inconnue disparaisse. Encore une fois, ce sera peut-être plus clair par l'exemple (le même que précédemment) :

Nous avons deux équations :

$$5x \ + \ 3y \ = \ 9.3$$

$$2x + 6y \ = \ 9$$

Si je multiplie la première équation par -2...

$$-2(5x + 3y) = -2(9.3)$$

J'obtiens ceci :

$$-10x \ - 6y \ = \ -18.6$$

$$2x + 6y \ = \ 9$$

Comme j'ai fait la même chose au côté gauche et au côté droit, c'est toujours bien la même équation, et donc toujours le même système d'équations.

Je fais la somme des deux équations ; les termes contenant y disparaîssent :

$$-8x \ = \ -9.6$$

Et je résous pour x :

$$x = \frac{9.6}{8} = 1.2$$

Je mets ce résultat dans une des deux équations du début, et je résous pour y :

$$5(1.2) + 3y = 9.3$$

$$3y \ = \ 9.3 - 6$$

$$y = \frac{3.3}{3} = 1.1$$

Et j'obtiens le même résultat.

Il existe encore une autre manière de résoudre des systèmes d’équations plus complexes à n-inconnues, mais cela implique des objets mathématiques qui s’appellent des matrices. On va garder ça pour plus tard…