

Pour une version vidéo de ce cours, c'est par [ici](#).

Fonctions simples

Une fonction est une machine mathématique qui prend un nombre en entrée et sort un autre nombre en sortie. En langage mathématique, on dit qu'elle prend une valeur x et restitue une image y .

Il est important de noter qu'une fonction n'est pas *directement* similaire à une équation. En effet, une équation donne un résultat y pour une variable x . Une fonction donne un *ensemble* d'images pour un ensemble de variables. C'est une subtilité qu'il est important de garder en tête afin d'opérer la transition de fonction à équation sans perdre le fil.

Si l'ensemble de variables peut être infini, on précisera souvent sur quel intervalle $f(x)$ est défini. On écrira alors :

$$f(x) \text{ où } x \in [x_i; x_f]$$

Le symbole $\in$ veut dire *appartient*, et les crochets indiquent un intervalle entre une valeur de x initiale et une valeur x finale. Traduit en français : la fonction est définie pour des valeurs appartenant à un intervalle.

On notera qu'on épelle $f(x)$ *f de x*, c'est-à-dire *fonction f de la variable x*.

Nous étudierons cinq fonctions simples, qui sont toutes écrites de la même manière :

$$f(x) = ax^n + b$$

Image et antécédent

Lorsqu'on calcule **l'image** d'une variable x_a , il est usuel d'écrire $f(x_a)$ pour le résultat, ou même de le remplacer par y_a .

Pourquoi ? A cause des graphiques.

La représentation graphique est une courbe qu'on appellera f ou $f(x)$ dans un espace en deux dimensions x et y . Il n'existe donc pas une *valeur* particulière pour $f(x)$: c'est un ensemble de valeurs. En revanche, pour chaque valeur de x , il existe une valeur y qui lui correspond, et qui est donnée par la fonction $f(x)$.

Clarifions ce point par l'exemple :

J'ai une fonction $f(x)$ et une variable en particulier que j'appellerai x_a . Lorsque je calcule l'image, j'écris :

$$f(x_a) = ax_a^n + b$$

Cette image que j'obtiens correspond à une valeur sur l'axe y , que j'appellerai y_a . J'écris alors :

$$f(x_a) = y_a$$

A la fin, j'écirai directement :

$$y_a = ax_a^n + b$$

Et j'ai transformé la fonction, une machine à donner un nombre infini de valeurs, en équation, une expression qui lie un nombre spécifique x_a à un autre nombre spécifique y_a .

Si c'est cette valeur y_a que je connais, je peux calculer **l'antécédent** – la valeur de x qui donne cette image en particulier. Il s'agit alors d'une simple équation à résoudre :

$$x_a = \left(\frac{y_n - b}{a} \right)^{\frac{1}{n}}$$

Ou, écrit autrement :

$$x_a = \sqrt[n]{\frac{y_n - b}{a}}$$

Cinq fonctions simples :

Pour chacune des fonctions simples ci-dessous, j'ai créé des appliquestes GéoGebra. Dans la description, vous trouverez des liens vers ces appliquestes pour manipuler les quantités a et b et voir leur influence.

Fonction affine :

$$f(x) = ax + b$$

Une fonction affine ressemble à une ligne droite. On notera :

- que l'ordonnée à l'origine, c'est-à-dire $f(0)$, est égale à b
- que si $a < 0$, la courbe est décroissante ; que si $a > 0$, la courbe est croissante

Fonction carrée :

$$f(x) = ax^2 + b$$

Une fonction carrée ressemble à une parabole. On notera :

- que l'ordonnée à l'origine, c'est-à-dire $f(0)$, est égale à b
- que si $a < 0$, la parabole est ouverte vers le bas ; que si $a > 0$, la parabole est ouverte vers le haut

On dit de la fonction carrée qu'elle est paire, c'est-à-dire que $f(x) = f(-x)$.

Fonction cube :

$$f(x) = ax^3 + b$$

Une fonction cube ressemble à deux paraboles, une positive, l'autre négative. On notera :

- que l'ordonnée à l'origine, c'est-à-dire $f(0)$, est égale à b
- que si $a < 0$, la courbe vient de l'infini positif et va vers l'infini négatif ; que si $a > 0$, la courbe vient de l'infini négatif et va vers l'infini positif

On dit de la fonction cube qu'elle est impaire, c'est-à-dire que $f(x) \neq f(-x)$.

Fonction racine :

$$f(x) = ax^{\frac{1}{2}} + b$$

Ou, écrit d'une manière qui vous sera peut-être plus familière :

$$f(x) = a\sqrt{x} + b$$

Une fonction racine... ne ressemble à rien de particulier. On notera :

- que l'ordonnée à l'origine, c'est-à-dire $f(0)$, est égale à b
- que cette fonction ne prend pas de x négatif
- que si $a < 0$, la courbe est décroissante ; que si $a > 0$, la courbe est croissante

Fonction inverse :

$$f(x) = ax^{-1} + b$$

$$f(x) = \frac{a}{x} + b$$

Une fonction inverse semble créer deux courbes différentes séparées par l'axe des ordonnées. On notera :

- que cette fonction n'est pas définie à l'origine - $f(0)$ semble égal à l'infini positif et l'infini négatif en même temps.
- que b est la valeur vers laquelle cette fonction tend vers les infinis – on l'appelle alors **l'asymptote**, la valeur que la fonction ne dépasse jamais.