Pour un version en vidéo de ce cours, c'est par ici.

Trouver a et b

Il peut arriver qu'on ait des informations sur une fonction, mais pas la fonction elle-même. Il est alors nécessaire de trouver la fonction. Oui, ça peut sembler évident, mais il est bon de le rappeler à certains : en général, ce qu'on cherche, c'est ce qu'on ne connaît pas...

Trouver la fonction revient à identifier n et calculer a et b.

Pour identifier n, il suffit de savoir la forme de la fonction : affine, carrée, cube, etc. C'est notre premier élément d'information.

Pour trouver a et b, il faut mettre en place un système d'équations. En effet, s'il y a deux inconnues, il faut deux équations.

Ces deux équations nécessitent les coordonnées de deux points par lesquels passe la courbe représentant la fonction. Pour rappel : les coordonnées d'un point sont un set de deux nombres entre parenthèses, séparés par un point-virgule.

Supposons les coordonnées d'un point A et d'un point B :

$$A: (x_A; y_A)$$

$$B: (x_B; y_B)$$

On intègre ces coordonnées dans la fonction :

$$y_A = ax_A^n + b$$

$$y_B = ax_B^n + b$$

On peut résoudre la première équation pour b :

$$b = y_A - ax_A^n$$

... et mettre le résultat dans la deuxième équation :

$$y_B = ax_B^n + y_A - ax_A^n$$

Il ne reste plus qu'à résoudre pour a :

$$ax_B^n - ax_A^n = y_B - y_A$$

Ce qui veut dire ici factoriser a, et résoudre :

$$a(x_B^n - x_A^n) = y_B - y_A$$

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B^n - x_A^n}$$

Pour trouver b, il suffit d'insérer ce qu'on a trouvé dans la première ou la seconde équation, et de résoudre pour b :

$$b = y_A - \left(\frac{y_B - y_A}{x_B^n - x_A^n}\right) x_A^n \text{ ou } b = y_B - \left(\frac{y_B - y_A}{x_B^n - x_A^n}\right) x_B^n$$

Incidemment, on a le choix entre deux équations pour trouver b. Même si ce n'est pas nécessaire, il est malin de calculer les deux : si on obtient deux fois le même résultat, on a tout juste. Sinon : on a dû commettre une erreur quelque part, et il faut la trouver...

Par exemple :

J'ai une fonction qui ressemble à une fonction racine. Elle passe par les points $(25 ; 2)$ et $(36 ; 1)$.

J’insère les coordonnées de ces deux points dans deux fonctions racine. J’obtiens un système d’équations.

$$2 = 25^{1/2}a + b$$

$$1 = 36^{1/2}a + b$$

Je résous la première équation pour b :

$$b \;=\; 2 - 5a$$

Et je mets le résultat dans la deuxième équation :

$$1 = 6a + 2 - 5a$$

Je résous le tout pour a :

$$a = \frac{1-2}{6-5} = -1$$

Et je mets le résultat dans les deux équations initiales pour trouver b :

$$2 = -5 + b$$

$$1 = -6 + b$$

Je résous les deux équations pour b – ça devrait me donner le même résultat :

$$b = \; 2 + 5 = 7$$

$$b \;=\; 1 + 6 = 7$$

Ayant identifié les deux inconnues, je peux enfin écrire la fonction que la courbe représente :

$$f(x) = -x^{1/2} + 7$$