

Trouver un polynôme de degré 2

Je pense l'avoir assez sous-entendu : personne n'effectue d'opérations avec des matrices sans utiliser une feuille de calculs. Personne que je connaisse, en tous cas. Personne de sain d'esprit.

Pour résoudre le problème suivant, nous allons donc utiliser une feuille de calculs pour effectuer les opérations.

Supposons qu'on cherche un polynôme de degré 2 :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Nous cherchons donc les coefficients a , b et c . Trois inconnues, cela veut dire que nous avons besoin de trois équations. Comme il s'agit d'une fonction, faisons en sorte que ces trois équations soient obtenues à partir de points.

Une supposition éclairée : les coordonnées dont nous avons besoin sont celles des racines et du vertex (l'extremum de la fonction). Il faudra se rappeler que la coordonnée horizontale du vertex est nécessairement pile au milieu d'un segment entre les deux racines.

Fort bien. Disons que les coordonnées des racines sont :

$$(3; 0) \text{ et } (11; 0)$$

Les coordonnées du vertex seront donc :

$$\left(3 + \frac{11 - 3}{2}; 10\right) = (7; 10)$$

J'ai pris la deuxième coordonnée du vertex au hasard.

Avec ces coordonnées, je peux créer mes équations :

$$a(3)^2 + b(3) + c = 0$$

$$a(11)^2 + b(11) + c = 0$$

$$a(7)^2 + b(7) + c = 10$$

Je transforme ce système d'équations en équation de matrices :

$$\begin{pmatrix} 3^2 & 3 & 1 \\ 11^2 & 11 & 1 \\ 7^2 & 7 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Plus simplement écrit :

$$M \times X = A$$

Maintenant, place à la procédure. Accrochez-vous.

- Dans une feuille de calculs, je trouve l'inverse M^{-1} de la première matrice (=INVERSEMAT (matrice)).
- Je multiplie l'inverse de la première matrice par la dernière (=PRODUITMAT (matrice 1 ; matrice 2)).

$$X = M^{-1}A$$

	9	3	1				
M =	121	11	1				
	49	7	1				
	0,03125	0,03125	-0,0625	0	a	-0,625	
M ⁻¹ =	-0,5625	-0,3125	0,875	0	b	8,75	
	2,40625	0,65625	-2,0625	10	c	-20,625	

- J'ai fini.

$$f(x) = -0.625x^2 + 8.75x - 20.625$$